Revista

Factorial

Volumen 1

FUNDAPROMAT

Editorial

A través de diversos métodos, como la magia, el arte y la música, matemáticos talentosos buscan inspirar a niños, jóvenes y adultos de todas las edades a que descubran la belleza de la ciencia y de las matemáticas. Como miembro de varias asociaciones profesionales, me mantengo en contacto con la comunidad matemática internacional, lo cual me permite no sólo conocer a matemáticos excepcionales sino también aprender sobre estrategias innovadoras para llevar las matemáticas al público en general de una manera divertida. Espero que la Fundación Panameña para la Promoción de las Matemáticas (FUNDAPROMAT) cambie la percepción de los panameños ante las matemáticas y que ya no les tengan miedo. Deseo que logren darles una oportunidad para descubrir que las matemáticas están en todas partes y que son nuestras aliadas.

La Revista de FUNDAPROMAT tiene el objetivo de divulgar las matemáticas al público en general. Agradezco a Marleny Vargas de Panamá por recomendar el nombre de la Revista Factorial y explicar su significado: «El Factorial de un número es el producto de todos los números enteros positivos desde el uno hasta ese número. En ese sentido, la Revista estará multiplicando el conocimiento sobre las matemáticas no solamente en Panamá sino también en toda Hispanoamérica.» También agradezco a todos aquellos que participaron en la Convocatoria de Artículos para la Revista de FUNDAPROMAT y a nuestro Comité Editorial por la ardua labor de evaluar todos los artículos recibidos. Por último, agradezco a la Secretaría Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación (SENACYT) de Panamá por el apoyo económico brindado para el diseño, la impresión y la inserción de la Revista en un periódico local con el fin de llegar a la mayor cantidad de familias panameñas posibles.

Jeanette Shakalli, PhD
Directora Ejecutiva de FUNDAPROMAT

Revista
Factorial

Coordinación Editorial:
Jeanette Shakalli (Panamá)

Diseño y Diagramación:
Nicole Hazera Márquez (Panamá)

Comité Editorial:
Marleny Vargas (Panamá)
Rubén Martínez (Venezuela/Colombia)
Julieta Parravicini (Argentina)

Fotos: Pexels, Pixabay y Unsplash
Foto de la Portada:
Rovelyn Camato en Pexels

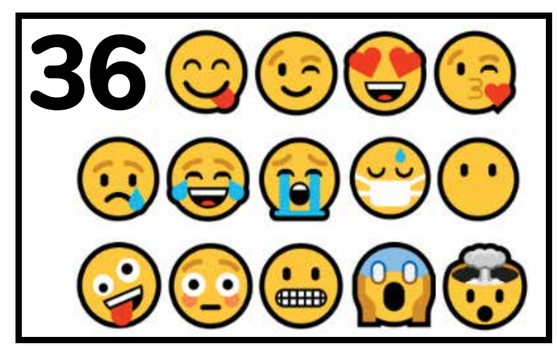
FUNDAPROMAT
www.fundapromat.org • info@fundapromat.org

Febrero 2022
La Revista Factorial es una revista de FUNDAPROMAT.

Prohibida su reproducción total o parcial.

Con el apoyo de : SENACYT
Secretaría Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación

Impreso por: BOLT IMPRESIONES S.A.



CONTENIDO

Buenas tardes… ¿puedo hablar con la mediana por favor? 4
Mi artista interior 7
La diosa que susurraba números 9
Es probable que no me quieran..... 11
Divide y Vencerás..... 13
¿Cómo podemos apoyar a la niñez en el aprendizaje de las matemáticas?..... 15
Hacer matemáticas es un jolgorio.....18
Familia de papiro-prismas.....20
Negocios Increíbles.....22
¿Todos practicamos el razonamiento inductivo?...24
¿Qué rayos vemos en el espejo?.....26
El nuevo truco más antiguo del libro.....28
La Función debe continuar.....30
El ABC de las matemáticas, una reflexión consciente.....32
La Radio como recurso educativo en el aula de matemáticas.....34
Un Truco Binario con Emoji.....36
¿Y cuánto es tres elevado a la menos uno? 38

Buenas tardes… ¿puedo hablar con la *mediana* por favor?

Escrito por: Adrián Paenza, Argentina

En el año 2019, en la época pre-pandemia, estábamos conversando en la Feria del Libro con Teresa Krick y Santiago Laplagne. Los dos son matemáticos muy prestigiosos de la Universidad de Buenos Aires (UBA). Mientras esperábamos que terminara la presentación del libro anterior, les comentaba sobre un texto con el que me había tropezado unos días atrás. Les conté lo que había leído y les pedí una opinión sobre lo que les parecía. Como las respuestas de ellos me parecieron muy interesantes, pensé que podía hacer la misma pregunta acá, y planteársela a usted.

Para empezar quiero proponerle una suerte de 'juego'. Elijamos -juntos- 11 números cualesquiera (enteros positivos). Yo elijo los míos, usted haga lo mismo por otro lado.

Por ejemplo:

2, 5, 7, 14, 120, 30, 230, 27, 200, 15 y 100

Ordenémoslos en forma creciente.
Esta es la lista que me queda a mí:

2, 5, 7, 14, 15, 27, 30, 100, 120, 200 y 230

Ahora, elija el número que está en el medio de la lista. Es decir, elija el número que deja 'a la izquierda' y 'a la derecha' la mitad de los números que figuran en la lista. Como en total tenemos 11, tendrán que quedar cinco números de cada lado.

En mi caso, el número que divide la lista en dos es… 27.
Como usted advierte, menores que 27 quedan cinco números: 2, 5, 7, 14 y 15.
Por otro lado, mayores que 27 quedan otros cinco números: 30, 100, 120, 200 y 230.

Este número particular, el 27, tiene un nombre. Se llama LA MEDIANA.

Es decir, si a usted le dan un conjunto de números enteros, ordénelos en forma creciente. Después, fíjese cuál es el que separa la lista en dos partes iguales (de manera tal que quede la mitad de los números de cada lado, menores que 'la mediana' y mayores que 'la mediana').

Ya sé: usted estará pensando que para que esto suceda, tiene que haber una cantidad impar de números. Si no, no quedará claro cuál es la mediana. Pero lo resolvemos así: a) si hay una cantidad impar de números, la mediana es –como vimos más arriba- el número que separa la lista en dos partes iguales. b) si hay una cantidad par de números, entonces, elija los dos que quedaron en el medio, y calcule 'el promedio' de los dos.
Por ejemplo, si la lista está compuesta por:

2, 5, 7, 14, 15, 27, 30, 100, 120 y 230

ahora, quedan dos números en el medio: el 15 y el 27. El promedio de los dos es (15+27)/2 = 21. En este caso entonces, la mediana es el número 21.

En el afán de seguir 'leyendo su mente', me imagino que usted debe estar pensando ahora: ¿y para qué servirá la 'mediana'? ¿Qué aporta?

Mire… si sigue leyendo, verá que lo que parece nada más que un 'juego', termina siendo un número verdaderamente importante. Acompáñeme por acá.

Suponga que en una oficina, trabajan 100 personas. Todas cobran el mismo salario. Para fijar las ideas, supongamos que cobran 100 mil pesos por mes. Si yo le preguntara: ¿cuál es el promedio de los salarios que perciben estas personas?, su respuesta sería –supongo- casi inmediata: ¡100 mil pesos! Y por supuesto, es la respuesta correcta.

En este caso particular, no hizo falta hacer ningún cálculo, pero en general, cuando uno tiene que determinar el promedio de un grupo de números, lo que hace es sumarlos todos y al resultado, dividirlo por la cantidad de sumandos.

En esta situación, como todos cobran lo mismo, no importa si son 100, 20 o 1000, el promedio no se va a alterar. Pero si yo le dijera que calcule el promedio entre estos diez números:

2, 5, 7, 14, 120, 30, 27, 200, 15 y 100,

usted tendrá que hacer un cálculo… Es una cuenta fácil, pero hay que hacerla: al sumar todos los números obtiene 520 y como son 10 números, el promedio es… 52.

Ahora bien: ¿por qué habría de relatar esta historia?

Volvamos al ejemplo de las 100 personas que trabajan en la oficina de manera tal que todas cobran 100 mil pesos por mes. Supongamos que por un instante, uno de los trabajadores sale de la oficina, y entra Bill Gates. Sigue habiendo 100 personas, todos siguen cobrando 100 mil pesos, con la excepción de uno: el nuevo integrante del grupo. ¿Cuánto dará el promedio ahora?

Hay 99 personas que cobran 100 mil, por lo que la suma de sus salarios resulta ser 9.900.000. Pero me/nos falta Bill Gates. No sabría estimar cuánto recibe Bill Gates por mes, pero a los efectos de este cálculo, supongamos que gana 1.000 millones de pesos mensuales. Cuando sumemos 9.900.000 más esos 1.000 millones, el resultado será: 1.009.900.000, o sea, mil nueve millones novecientos mil. ¿Cómo calculamos el promedio? Una vez más, dividiendo este número por 100: (1.009.900.000)/100 = 10.099.000.

Como usted advierte, el promedio ha sufrido un brutal incremento: ahora, el salario promedio de las personas que están dentro de la oficina es de 10.099.000, mientras que sin Bill Gates, ese salario promedio era de 100 mil pesos.

Todo esto está bien, pero creo que usted estará de acuerdo conmigo, que este número no da una verdadera idea de lo que está sucediendo en la oficina. Uno se llevaría una opinión equivocada sobre lo que allí sucede. La presencia de una sola persona que gane una cantidad tan diferente del resto, fuerza a pensar que si bien los números son correctos, si uno quiere tener una idea del promedio de los ingresos se lleva una impresión (para ser verdaderamente generosos) … 'equivocada'.

¿Habrá entonces alguna otra forma de evitar esta distorsión? Es decir, el promedio es un número que está definido como usted y yo sabemos. Ese número ¡no lo vamos a poder cambiar! Tampoco podemos decir que lo 'ajustamos' de acuerdo a las circunstancias. El promedio es (y será) el número que cumple con la definición que vimos antes: suma de todos los números dividido por la cantidad de números.

Al llegar a este punto, me gustaría proponerle que pensemos (en lugar del promedio) en la mediana. Veamos cómo se ve afectada la mediana con el ingreso de Bill Gates en la oficina.

Primero: calculemos la mediana sin Bill Gates, en donde todos ganan 100 mil pesos por mes. Tal como sucedía en el caso del promedio –y le pido que usted haga el cálculo por las suyas- verá que la mediana también resulta ser: 100 mil pesos.

Segundo: incluyamos a Bill Gates y excluyamos a una de las personas que había en la oficina. Ahora siguen siendo 100, pero 99 de ellos cobran 100 mil pesos mensuales y estamos suponiendo que los ingresos de Bill Gates son 1.000 millones de pesos por mes. Más arriba calculamos el promedio (que se vio fuertemente distorsionado). Ahora pasó a ser: ¡10.099.000 mensuales!

¿Quiere calcular la mediana? (Si pudiera, le pediría que no siga leyendo sin hacer la cuenta usted…). Sigo: en este caso, la mediana… ¡seguirá siendo 100 mil pesos! Como hay 100 números en total, hay dos que están en el medio, en los lugares 50 y 51. Pero los dos son 100.000. Cuando calculo el promedio de estos dos, obtengo… 100.000. Por lo tanto, ¡la mediana es 100.000!

Es decir, la aparición de Bill Gates, distorsionó el promedio y ofrece una muy mala idea de lo que uno querría estimar (cuánto cobran en promedio las personas que trabajan en la oficina). Técnicamente, es irreprochable: el promedio con Bill Gates se eleva a más de 10 millones de pesos mensuales, pero es la mediana la que evita que la aparición de un solo integrante que percibe un número TAN diferente de todos los otros, decía… este integrante NO ALTERA la percepción que querríamos tener.

Más aún: si en lugar de haber ingresado Bill Gates, entrara también Tim Cook, el CEO de Apple (por poner otro ejemplo), aunque no saliera ninguna de las 100 personas que había en la oficina, ahora habría 101. Bill Gates y Tim Cook modificarán el promedio de una manera brutal, y lo correrían de lo que uno quisiera que dé: un número cercano a los 100 mil pesos que cobra la abrumadora mayoría de los trabajadores. El promedio no ofrece ese número; la mediana, sí. La mediana sigue siendo 100 mil (como uno querría).

Moraleja: cuando usted lea en un diario o escuche por televisión o por radio cuando alguien quiera evaluar el promedio de los salarios en alguna región o ciudad o barrio (o lo que fuere), piense que este particular número (el promedio), ¡no es el único que debería usarse! Uno debería llamar al medio de comunicación que ofreció ese dato y pedirles que le ofrezcan un segundo número: ¡la mediana! Los mismos datos que les permitieron obtener el promedio sirven para calcular la mediana. Con ambos 'números', las conclusiones que uno saque serán decididamente más cercanas a la realidad.

Sopa de Letras Matemática

FUNDAPROMAT

M	D	B	R	Y	B	D	E	H	R	E	G	N	K	E
U	D	O	F	E	L	E	L	A	E	C	J	G	C	J
L	O	H	P	I	S	H	Z	P	Y	H	H	L	H	R
T	V	F	E	I	T	O	L	R	U	R	E	U	Q	J
I	I	J	R	P	N	X	A	O	G	N	T	P	B	G
P	T	F	M	K	W	O	M	D	L	E	N	Z	R	C
L	A	S	U	F	T	O	I	U	M	I	E	L	L	B
I	G	C	T	L	L	I	S	C	T	K	I	A	P	P
C	E	M	A	Z	B	M	E	T	A	H	C	I	P	D
A	N	N	C	N	O	O	T	O	G	U	O	C	U	I
C	N	O	I	C	A	N	I	B	M	O	C	N	F	V
I	X	I	O	N	J	I	N	P	R	E	L	E	R	I
O	R	C	N	L	Q	B	I	V	O	E	I	R	E	S
N	N	U	A	H	A	N	F	B	L	G	A	E	G	I
F	V	L	N	L	T	M	N	O	N	N	B	F	L	O
N	V	O	N	E	G	O	I	Z	C	O	A	I	A	N
C	U	S	G	X	I	O	Z	C	M	E	C	D	E	U
T	J	R	F	S	A	I	R	T	E	M	O	E	G	I
G	A	U	E	O	J	Y	I	I	Q	D	W	R	M	V
L	O	C	F	S	R	R	O	J	T	G	A	D	K	G
C	U	L	W	Y	A	M	U	H	F	M	W	X	S	V
S	L	S	U	G	Q	R	U	U	I	G	O	E	E	N
D	Z	O	O	C	A	N	O	L	O	B	M	I	S	H
D	H	L	G	I	L	O	D	G	A	P	C	T	J	L
N	L	U	Z	M	D	A	D	L	A	U	G	I	T	Z
H	V	D	T	F	E	S	C	S	A	T	S	E	R	T
X	L	O	D	A	T	L	U	S	E	R	I	W	T	P
E	N	M	J	X	O	I	D	E	M	O	R	P	F	U

ÁBACO
ALGORITMO
BINOMIO
CÁLCULO
COCIENTE
COMBINACIÓN
DIFERENCIAL
DIVISIÓN
ECUACIÓN
FÓRMULA
GEOMETRÍA
HEXADECIMAL
IGUALDAD
INFINITESIMAL
INTEGRAL
LOGARITMO
MÓDULO
MULTIPLICACIÓN
NEGATIVO
PERMUTACIÓN
PITÁGORAS
PRODUCTO
PROMEDIO
RAÍZ
RAZÓN
REGLA
RESTA
RESULTADO
SERIE
SÍMBOLO
SOLUCIÓN
SUCESIÓN

Mi *artista* interior

Escrito por: Mario Ponce, Chile

Un gran divulgador de la matemática asegura que todos tenemos un matemático interior. En el caso de un matemático como yo, la frase no es una revelación. Sin embargo, siempre he creído que por complemento lo que tengo en el interior es un artista frustrado. Cada vez que en Santiago de Chile se instala la muestra de algún artista famoso, soy el primero en la fila para la inauguración. Hay quienes dicen que lo hago por la comida, pero sin negarlo rotundamente, creo que mi artista interior me impulsa por razones virtuosas. Hace unos años nos visitó una fantástica muestra del maestro español Joan Miró. Y allí estaba yo, con mis bocadillos en una mano, una copa en la otra y la mirada perdida sobre cuadros coloridos y abstractos. Mi artista interior rebosaba, aunque mi matemático superficial comenzaba a hacer de las suyas. Me encontraba frente a tres cuadros de la serie Constelaciones, esos llenos de finos trazos curvos y regiones de colores sólidos y llamativos. Mi artista interior apreciaba el efecto sublime de la composición mientras mi matemático superficial, quizás envidioso, me susurraba al oído que los cuadros no eran gran cosa. Aún sin poder determinar cuál de los dos me impulsó a pensarlo, la verdad es que al poco rato ya estaba convencido de que yo mismo podría producir obras similares.

Joan Miró, Constelaciones 1940-1941

Al llegar a casa busqué entre mis estantes algunas láminas de papel (mis canvas), un lápiz y el único tubo de pintura, roja, que había sobrevivido al paso de los años desde mi época escolar. Decidí que mi estilo sería inspirado por Miró y por mis estudios de curvas suaves con finitas auto intersecciones, lo que le daría un aire sofisticado a mi incipiente carrera artística. Mi obra estaría entonces formada por trazos cerrados cuyo gesto performático daría cuenta de mi inspiración (como ven, mi artista frustrado interior perdía la prudencia rápidamente). Haciendo frente a mi escasez de recursos, decidí también que pintaría, de rojo y alternadamente, las regiones generadas por este trazo, cuidando que dos regiones vecinas no estén pintadas ni despintadas al mismo tiempo. Mis primeras obras no fueron tan espectaculares, pero al menos ya estábamos (los tres) en franco proceso creativo.

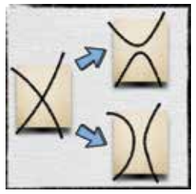
Ponce, estudios previos, 2019

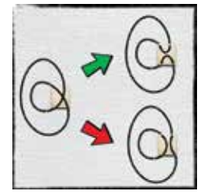
Para llegar a grandes galerías y museos del mundo debíamos atrevernos a más.

Ponce, El sueño, 2019

Ponce, Águila enjaulada, 2019

La vorágine creativa estaba desatada, pero mi matemático superficial se mostraba escéptico. ¿Qué asegura que siempre podremos pintar las regiones generadas por el trazo, con un solo color y cuidando que dos regiones vecinas no estén pintadas o despintadas al mismo tiempo? Incluso mi artista interior, poco dado a las cavilaciones existenciales del matemático, se daba cuenta que la pregunta era fundamental para el proyecto artístico que emprendíamos. El riesgo de que exista un trazo cerrado, sumamente complicado, cuyas regiones estén tan intrincadamente dispuestas que un solo color no sea suficiente, amenazaban seriamente nuestra deslumbrante carrera. Aquí es donde la matemática toma la palabra y comienza su propio proceso creativo. En mi caso parte con estudiar y entender los casos más simples. Si uno pudiera llevar cualquier trazo, por muy complejo que este sea, hacia un trazo sin intersecciones, el proceso de pintado sería evidente. Los cruces son la clave. ¿Hay alguna manera de eliminar un cruce, sin deformar mucho el trazo? Una manera sencilla de eliminar un cruce es reemplazarlo localmente por dos arcos que no se cruzan. Hay dos maneras de hacer esto. Una manera da lugar a dos trazos cerrados (es decir, separa nuestro trazo original), y la otra manera preserva la conexidad del trazo y lo mantiene similar al anterior (escenario positivo para nuestra idea).





El proceso que asegura que siempre es posible pintar las regiones de nuestro trazo original es el siguiente. Eliminamos uno a uno cada cruce, cuidando que siempre escojamos la situación que lo deja todo conectado. Como hay una cantidad finita de cruces, este proceso termina en un trazo cerrado sin cruces, o dicho de otra manera, un círculo deformado, que cuenta con una región interior y una exterior bien definidas (lo sabemos gracias a un tal Camille Jordan, matemático francés del siglo XIX). Podemos pintar el interior de rojo, y finalmente, revertir el proceso de eliminación de cruces.

La matemática nos asegura así un proceso creativo sin sobresaltos, y permitirá que muy pronto el mundo reconozca a nuestro artista interior.

La diosa que susurraba números

Escrito por: Miriam G. Báez Hernández, México

Cuando mamá me jalaba de las manos por las prisas, solía perder el reto que, de niña, yo misma me había impuesto: no pisar las líneas que separan los adoquines del parque. Con el tiempo supe que esas figuras geométricas que llenaban los pasillos del parque son el ejemplo perfecto cuando hablamos de teselaciones, y que una de las figuras protagonistas de estas son los hexágonos, una de mis figuras preferidas porque amo los panales de las abejas.

Mi mamá parecía tener una lucha constante con llegar a tiempo a sus reuniones, pues siempre andábamos corriendo de un lado a otro y era bastante común movernos en taxi. En un día ajetreado llegábamos a tomar hasta 10 diferentes. Odiaba subirme a taxis cuyo número tuviera dígitos 7 o 9, esos números nunca me han gustado. Recuerdo subirnos al taxi 1729, un número horrible para mis ojos de niña de 10 años, pero al menos si llegábamos tarde podía culparlo.

En una ciudad tan pequeña, es sorprendente la cantidad de taxis que hay, parece ser mayor que la de personas. Sin embargo, recuerdo en un par de ocasiones subirnos al mismo taxi, el 1166, acto que nos llevaría a socializar un poco más con el chofer, incluso a conocer su fecha de cumpleaños, la cual recuerdo con claridad, porque cumplíamos años el mismo día. ¡En serio! En un grupo de tres personas, pues resulta que la probabilidad de que al menos dos personas cumplan el mismo día es de 0.82%, tan pequeña la probabilidad, realmente una gran coincidencia, bueno aunque es más sorprendente que en un grupo de 23 personas, la probabilidad de que al menos dos de ellas cumplan el mismo día es de 50.72%.

El taxi 1729, mismo que tomé con mi mamá y al que intentaba culpar de llegar tarde, fue el mismo que Hardy abordó tiempo atrás y a miles de kilómetros de mi ciudad, del cual se cuenta la famosísima anécdota entre Ramanujan y Hardy. ¿Quiénes son ellos? Por ahora no importa, pero esto es lo que se cuenta:
Hardy visitó a Ramanujan en el hospital, y comentó:
-Venía en un taxi con un número aburridísimo, era el 1729.
-¡No, Hardy, es un número muy interesante! Es el número más pequeño expresable como la suma de dos cubos de diferentes maneras.
Ramanujan se refería al 1729 que se puede descomponer como una suma de cubos de dos maneras distintas: $1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$.

Esta anécdota, dio lugar a los números taxicab o números de Ramanujan, que son los menores números que pueden expresarse como suma de dos cubos positivos de *n* formas diferentes. Por ejemplo, 1729, se puede expresar de 2 maneras diferentes, el 87539319 se puede expresar

de 3 formas diferentes, el 6963472309248 de 4 maneras distintas.

Ramanujan, un joven indio, solía enviar cartas a matemáticos de gran prestigio con la esperanza de que alguien leyera sus aportaciones. Una de estas cartas llega a Godfrey Harold Hardy, un matemático británico, profesor y miembro del Trinity College de Cambridge. Esta carta contenía 9 hojas con más de 120 expresiones matemáticas, en ellas una forma de determinar cuántos números primos hay entre el 1 y un cierto valor. Con esto, Hardy decide becar a Ramanujan para que estudie dos años en el Trinity College de Cambridge, cuya estancia se extiende 3 años más. Actualmente, esta práctica de enviar resultados matemáticos a matemáticos de gran prestigio sigue vigente, sólo que ahora se hace por correo electrónico.

La relación entre Hardy y Ramanujan no fue nada fácil, algo así como la de tesista-asesor de amor-odio. Hardy es considerado el mayor representante de las matemáticas puras, esas matemáticas que son elegantes con demostraciones rigurosas. En cambio, Ramanujan no contaba con una formación de matemático, pero sí de una gran intuición aritmética.

Ramanujan era fiel creyente hindú, decía que sus fórmulas matemáticas y descubrimientos eran inspirados directamente por la diosa hindú Namagiri. Estaba totalmente convencido que la diosa era quien de cierta manera le susurraba estos resultados en sueños. Recuerdo en una ocasión, cuando yo trabajaba en mi tema de investigación del doctorado, soñé con la solución del problema, pero no fue debido a algo divino. Debo atribuirlo a que me obsesioné con el tema y llevaba tiempo trabajando en él, a tal grado que soñaba constantemente, resolvía el problema y despertaba, pero a diferencia de Ramanujan, la respuesta se desvanecía.

Pero no todo estaba dictado por sus sueños. Cuando Ramanujan llega a Londres en 1914, a tres meses de iniciada la Primera Guerra Mundial, se encuentra con una sociedad racista. Por si fuera poco su vida se caracterizó por enfermar constantemente y durante su estancia no fue la excepción. Se infectó de tuberculosis, lo cual provocó que regresara a su tierra natal pero siendo ya miembro de la Sociedad Matemática de Londres y de la Royal Society. Falleció en 1920, con sólo 33 años. Debido a su muerte prematura, no todas sus aportaciones fueron demostradas, lo que generó que los matemáticos de años posteriores continuaran trabajando en su legado. Es importante señalar que no todos los resultados que Ramanujan escribió son ciertos, pero sí su gran mayoría. La huella que ha dejado Ramanujan en las matemáticas es invaluable.

Encontrar el taxi 1729 por la ciudad, parece una misión imposible, como un juego de escondidas, pero estoy segura que cuando lo vea recordaré los retos impuestos durante mi infancia, las reuniones a las que mi mamá sí llegó a tiempo y a este ilustre matemático a la que la diosa Namagiri le susurraba números en sueños.

Es probable que no me quieran

Escrito por: Jonathan Eduardo Alul, Argentina

Nuevo semestre, ¿cómo armo mi primera clase de probabilidad y estadística? Llevaba una semana pensando cómo atrapar a los chicos desde el día uno con algo que sea significativo, importante y que les haga ruido. Recordé la charla que tuve unos días antes con el hermano de una amiga de mi novia, donde me dijo que la vacunación debía ser voluntaria, que cada uno debe elegir qué se mete en el cuerpo, que si yo estoy vacunado de qué me preocupo, entre otras tantas burradas.

Me aguanté el enojo, saqué de adentro mi alma de profe e intenté explicarle todo con un ejemplo que se me ocurrió en el momento. Le dije: si me pongo a tirar una moneda, la probabilidad de que salga una cara es del 50%. Si la tiro dos veces esperaría que me salga una cara, y si la tiro 100 veces, a pesar de que la probabilidad sigue siendo del 50%, esperaría que me salgan 50 caras. Lo mismo pasa con las vacunas, amigo. Yo tengo un "porcentaje de protección", para contagiarme, para que no me den síntomas leves, para los síntomas moderados, y para los graves, porcentajes que son muy buenos y me protegen mucho, pero mientras más personas sin vacunar me cruce, es mayor el peligro de que algo me pase. Entonces, vacunarse deja de ser una decisión personal y pasa a ser un asunto de responsabilidad colectiva.

Por suerte cuando la tensión aumentaba llegó la comida, llegaron las demás personas y aproveché para cambiar de tema, antes de arruinar el momento con más nerdeadas y discusión, pero la idea me quedó dando vueltas en la cabeza varios días. ¿Por qué un problema tan grave como el que pasamos, con una explicación matemática relativamente sencilla, no puede llegar a la intuición matemática de las personas? Porque si me pongo a pensar, mi ejemplo solo involucra porcentajes, una idea totalmente intuitiva de la esperanza matemática y probabilidad frecuencial. Esto me hizo concluir que, por lo regular, no trabajamos lo suficiente probabilidad y estadística para que las personas generemos "intuición probabilística", es decir, la habilidad de poder razonar de forma natural ante un problema, como cuando aplicamos una regla de tres, por ejemplo.

Mientras hacía mi carrera de profesor de matemática en Argentina, pude observar que los planes de estudio eran ridículamente largos, lo que provocaba que los profesores hagan recortes, y la guillotina siempre caía sobre mi querida probabilidad. Hoy trabajo en México dando clases y el panorama no cambia mucho, los programas sí son notoriamente más cortos, pero lo que se nos pide que se enseñe de probabilidad, es bastante escueto (en

preparatoria, por ejemplo, doy clases de probabilidad y estadística y la materia es optativa). Creo que aquí está la respuesta a todo este asunto. Si todos incorporáramos a nuestras vidas el pensamiento probabilístico durante nuestro recorrido escolar, tendríamos una herramienta más en la vida a la hora de tomar decisiones y, en plena pandemia, razonamientos como el del amigo de arriba (el cual me resulta comprensible dentro de ese contexto) serían fácilmente refutados por la mayoría de las personas.

Volviendo a la primera clase del semestre, ya tuve más claro el rumbo, así que luego de las presentaciones y demás blablabla aburridos de toda primera clase, tomé un tiempo para explicar el ejemplo de las monedas, la relación con la pandemia, y después seguí con los viejos y atractivos ejemplos de Monty Hall[1], la Ley de Benford[2] y la Paradoja de los Cumpleaños[3], a ver si los enganchaba con la materia.

Otra vez más, ponemos a nuestras amadas matemáticas, como una gran herramienta que nos ayuda a tomar decisiones. En este momento de crisis mundial, creo que si todos hubiéramos tenido la oportunidad de aprender más probabilidad y estadística entenderíamos mejor lo que está pasando y habríamos tomado mejores decisiones, que habrían salvado muchas vidas. Ver cómo cambiamos esta situación nos queda de tarea, chicos, hasta la próxima clase.

[1] El problema de Monty Hall o paradoja de Monty Hall es un problema matemático de probabilidad basado en el concurso televisivo estadounidense Trato Hecho (Let's Make a Deal).

[2] La Ley de Benford asegura que en gran variedad de conjuntos de datos numéricos que existen en la vida real la primera cifra es 1 con mucha más frecuencia que el resto de los números. Además, según crece este primer dígito, menos probable es que se encuentre en la primera posición.

[3] La Paradoja del Cumpleaños establece que de un conjunto de 23 personas, hay una probabilidad del 50,7% de que al menos dos de ellas cumplan años el mismo día. Para 57 o más personas, la probabilidad es mayor del 99,666%.

Divide y Vencerás

Escrito por: Ramón Antonio Martínez, Venezuela

Estoy recostado en mi hamaca, suena el móvil, mensaje de Gisela, mi amiga de Catamarca, Argentina: —Mira Ramón está lindo y sencillo este problema. ¿Tú cómo lo resolverías?

No pude evitar evocar la que otrora fue mi escuelita, donde impartí clases por más de veinte años, mi querida Unidad Educativa Luisa Cáceres de Arismendi, y en particular recordé a Luisito.

Cierto día, en plena clase con 9no grado, estábamos leyendo un problema del tablero. Tocan la puerta y aparece Luisito, alumno de 6to grado, quien había salido temprano y pidió entrar a clases para estar allí junto a su hermana Rosa, mi alumna.

El problema que intentábamos resolver era el siguiente:

El diagrama muestra tres cuadrados (Figura 1). El cuadrado mediano une los puntos medios del cuadrado grande. El cuadrado pequeño une los puntos medios del cuadrado mediano. El área del cuadrado pequeño en la figura es de 6 cm^2. ¿Cuál es la diferencia entre el área del cuadrado grande y el área del cuadrado mediano?

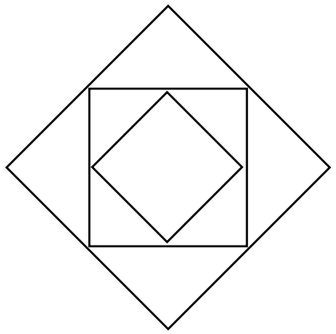


Figura 1

Llevaban mis alumnos como diez minutos con el problema. Salta Luisito y me dice: — ¡Doce, maestro!

Al ver que Luisito, de sexto grado, había dado la respuesta correcta antes que cualquiera de mis alumnos de noveno, no pude evitar sorprenderme. Entonces le pregunté: —¿Estás seguro?

Convencido reitera: — Sí, es doce.

—A ver, ¿por qué estás tan seguro?

Luisito me muestra su cuaderno cuadriculado y argumenta lo que con sus propias palabras sería algo muy parecido a lo siguiente:

Pasé dos líneas de punta a punta del cuadrado grande que se corten en el centro (Figura 2), y dividí todo en 16 partes iguales. Luego el cuadrado pequeño de área 6, está formado por cuatro partes. El mediano lo forman 8 de esas mismas partes. Entonces es el doble del pequeño, su área sería 12. El cuadrado grande se forma con 16 partes, es el doble del mediano, su área es 24. Como 24 menos 12 es igual a 12, ¡la respuesta es 12!

-Muy buena estrategia Luisito, ¿cómo se te ocurrió?

- Es mi estrategia favorita, maestro, se llama "Divide y vencerás".

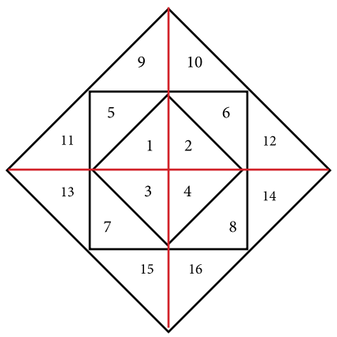


Figura 2

Por cierto, les comparto el problema que me mostró mi amiga:

Los lados del cuadrado (Figura 3) se han dividido en tres partes iguales. Los puntos de división son vértices de dos rectángulos. El área del cuadrado es 27 cm^2. Halla el área de la región sombreada.

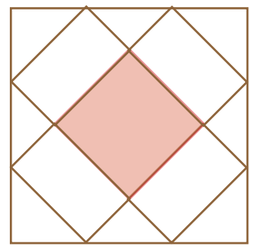


Figura 3

P.D. Gis, Divide y vencerás.

Webinarios de Matemáticas Recreativas

Presentaciones abiertas a todo público dictadas por expertos nacionales e internacionales con el propósito de convencer a niños, jóvenes y adultos de todas las edades de que las matemáticas no sólo son divertidas sino que también tienen muchas aplicaciones muy interesantes.

¿Cómo podemos apoyar a la niñez en el aprendizaje de las matemáticas?

Escrito por: Carmen Paz Oval, Chile

Es sabido que "las matemáticas se aprenden haciendo matemáticas" y que "las matemáticas son parte de nuestra vida cotidiana". De hecho, si reflexionamos sobre cada una de las actividades que realizamos, la matemática está presente, por ejemplo: preparar una taza de café (una cucharadita de café, dos de azúcar).

¿Cuántas veces escuchamos decir: "Mamá, me puedes explicar este ejercicio, no lo entiendo"? y por más que se lee el ejercicio, incluso si lo resolvemos para explicarles a nuestros hijos, sobrinos u otros niños con los que nos relacionamos, no somos capaces de traducirlo a un lenguaje adecuado a su edad y menos adaptarnos a las estrategias que utilizan los profesores y que, a fin de cuentas, son ley para los niños.

Una forma de ayudar a la niñez en su proceso de aprendizaje, y sin inmiscuirse tanto en el trabajo del profesor en el aula, es utilizando determinadas actividades relacionadas con su edad y que al mismo tiempo son atractivas para ellos.

- El sistema numérico: la administración del dinero ya sea a través de una mesada o de recibir el vuelto cuando va a comprar es un ejercicio que es factible de realizar. Además, se les enseña el valor del dinero.
- Secuencia numérica: los canales de televisión, los juegos de naipes, el dominó, el número de teléfono, etc., permiten reforzar en la primera infancia el orden y la cardinalidad de los números.
- Fracciones/Sistema de medición: desde muy pequeños se les puede introducir en el sistema de medida y las fracciones a través del lenguaje oral. Desde el momento que participan en la cocina no les parece extraño escuchar "un medio", "un cuarto", "un litro", "una taza y media" o "repartamos en…" ¡Las recetas de cocina son un buen instrumento para reforzar ciertos conceptos matemáticos!
- El tiempo: a partir del momento que tienen conciencia del día y la noche, serán capaces de comprender otras unidades de medida. El uso del reloj (sobre todo el analógico) permite reforzar otros contenidos

matemáticos, como las fracciones (un cuarto para, las… y media). Algo que les resulta muy atractivo es el cálculo mental cronometrado (¿cuánto es…? ¡Tienes treinta segundos!) o apostarles (te apuesto que no eres capaz de quedarte 1 minuto en silencio).

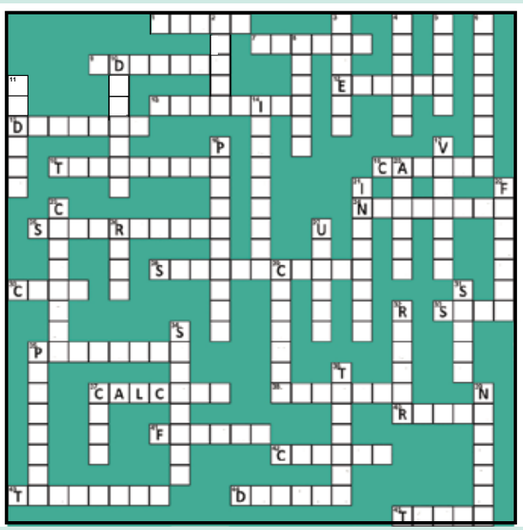
- Lateralidad/ubicación espacial: para apoyarles en esta área de su desarrollo, es posible cada vez que les pedimos que nos indiquen el camino hacia un determinado sitio o lugar tanto dentro de la casa como en la calle (por ejemplo: colocar el tenedor a la derecha del plato, caminar dos cuadras y doblar a la izquierda, etc.). Esto es solo a modo indicativo, depende de cada uno y del contexto en que se desenvuelven.

En el mercado existen juegos tales como:

- Geoplano, que puede ser construido en la casa con ayuda de sus padres. La construcción y utilización del geoplano permite poner en práctica varios elementos de la matemática, como es el uso de la regla, el sistema de medición durante la construcción y elementos de área y perímetro en la utilización.
- Tangram, que se puede construir con papel, ya sea realizando dobleces (donde ponemos en práctica las fracciones) o recortando figuras geométricas (donde reforzamos las unidades de medidas y el uso de instrumentos de geometría). El jugar con el tangram permite el desarrollo de la lógica matemática en la creación de diversas figuras que nos permiten igualmente explorar contenidos de área, perímetro y fracciones.
- Rompecabezas o puzzles, ¿Quién no ha sentido la satisfacción de colocar la última pieza de un rompecabezas? El armar rompecabezas (educativos o no) es una excelente actividad que permite superar la frustración cuando no se encuentra la pieza que falta para el marco, o desarrollar la lógica (colores, formas de piezas, etc.). No hay mayor satisfacción que superarse armando cada vez rompecabezas de mayor cantidad de piezas posible.

Finalmente, jugar a las preguntas con sus padres o familiares, en un contexto diferente a las clases de matemáticas, por ejemplo, cuando van a comprar al supermercado haciendo cuestionamientos como: ¿Es conveniente esta oferta? ¿Por qué? O, ¿cuánto me tienen que dar de cambio si pago con tanto? Esto ayuda a fortalecer el cálculo mental y a competir consigo mismo. Y si el juego es cronometrado, mayor aún el desafío. Las actividades están propuestas. Ahora depende de cada uno contextualizar los diferentes contenidos matemáticos a la vida cotidiana.

Crucigrama Matemático



Horizontales

1. Método de hacer una operación matemática.
7. Conjunto de doce unidades.
9. Operación de suma.
12. Superficie curva formada por los puntos que equidistan de otro interior llamado centro.
13. Igualdad que contiene una o más incógnitas.
15. Reemplazar en una proporción cada antecedente por la diferencia entre él y su consecuente.
18. Polígono de tres ángulos y tres lados.
19. Cada uno de los lados que forman el ángulo recto en un triángulo rectángulo.
24. Dicho de una cantidad, que tiene valor menor a cero.
25. Magnitud que expresa la extensión de un cuerpo en dos dimensiones, longitud y ancho y cuya unidad es el metro cuadrado.
28. Operación de resta.
30. Número que expresa la falta absoluta de cantidad.
33. Acción y efecto de sumar.
35. Dicho de una cantidad, que tiene valor mayor que cero.
37. Cómputo que se hace de algo por medio de operaciones matemáticas.
38. Parte de la matemática que estudia estructuras abstractas con números, letras y signos.
40. Acción y efecto de restar.
41. Forma exterior de un cuerpo.
42. Cociente entre el cateto contiguo a un ángulo de un triángulo rectángulo y la hipotenusa.
43. Dicho de dos o más líneas o superficies: que se tocan o tienen puntos comunes sin cortarse.
44. Conjunto de diez unidades.
45. Resultado de una suma u otra operación.

Verticales

2. Sucesión continua e indefinida de puntos.
3. Número que consta exclusivamente de una o más unidades positivas o negativas, sin parte decimal.
4. Expresión de una cantidad con relación a la unidad.
5. Signo de la igualdad.
6. Porción de plano limitada por líneas rectas.
8. Cálculo u operación.
10. Dicho de un sistema de numeración, que tiene como base diez.
11. Número o letra que se coloca en la abertura del signo radical.
14. Cantidad desconocida que es preciso determinar en una ecuación.
16. Proporción que toma como referencia el número 100.
17. Punto en que concurren los dos lados de un ángulo.
20. Figura geométrica formada por dos líneas planas que concurren en un punto.
21. Valor mayor que cualquier cantidad asignable.
22. Ecuación o regla que relaciona objetos matemáticos o cantidades.
23. Producto que resulta de multiplicar una cantidad o expresión por sí misma.
26. Cantidad que se ha de multiplicar por sí misma una o más veces para obtener un número determinado.
27. Cantidad que se toma por medida o término de comparación de las demás de su especie.
29. Conjunto de 100 unidades.
31. Reunir varias cantidades.
32. Hallar la diferencia entre dos cantidades o expresiones.
34. Cada una de las funciones que satisfacen las condiciones de una ecuación.
35. Planeamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos.
36. Proposición demostrable lógicamente partiendo de axiomas ya demostrados.
37. Tercera potencia de una cantidad o expresión que se obtiene multiplicando una u otra dos veces por sí misma.
39. (Número) Cada uno de los elementos de la sucesión 1, 2, 3, etc.

Hacer matemáticas es un jolgorio

Escrito por: Romina Busain, Argentina

Cuando FUNDAPROMAT abrió la Convocatoria de artículos para su Revista, sentí la necesidad de transmitir la enriquecedora experiencia que me produjo conocer esta maravillosa Fundación.

Durante la pandemia, no veíamos a nuestros familiares, teníamos temores e incertidumbre y nos pasábamos horas mirando noticieros que no eran alentadores. Y un día, por azar o porque así lo quiso el destino, entré a uno de los Webinarios de Matemáticas Recreativas de FUNDAPROMAT. Me fascinó porque estos encuentros eran (y son) accesibles para todo público, gratuitos y dictados por expertos nacionales e internacionales, cuyo propósito es convencer a niños, jóvenes y adultos de todas las edades de que las matemáticas no sólo son divertidas, sino que también tienen muchas aplicaciones y muy interesantes.

Esta fascinación hizo que me replanteara, como docente, mis propias prácticas, mis métodos, mis llegadas, la bajada al aula y el tiempo que había perdido creyendo que lo que hacía era lo correcto.

En general, las matemáticas tienen fama de ser aburridas, con acciones mecanicistas y complicadas, pero ¿es realmente así o no sabemos transmitir su valor e importancia, su profundidad y aplicación? Recuerdo que en mis clases había un gran pizarrón verde lleno de números y cálculos combinados que seguían un patrón, ecuaciones interminables e inecuaciones que dejaban a los niños atónitos y confundidos; recordé sus caritas desenfocadas y comprendí que ese no era el camino, camino que me habían enseñado durante mi trayectoria por la facultad. Empecé a sugerirles a mis alumnos que se preguntaran el porqué de todo, que relacionaran el conocimiento con nuestro entorno diario. El cambio se mostró de inmediato. Los niños estaban más atentos, buscaban relaciones, mencionaban ejemplos, exploraban situaciones, discutían métodos, relacionaban las matemáticas con otras disciplinas, y eso fue maravilloso. ¡Ese era el camino! Estuve durante mucho tiempo en la búsqueda de innovar mis prácticas educativas y lo encontré cuando conocí a FUNDAPROMAT.

A través de la Fundación, comprendí que podía lograr algo más, que podía explicarles a mis alumnos que todas las disciplinas se sustentan en las matemáticas, que las matemáticas les permiten explicar y aplicar teorías en la economía, arquitectura, medicina, física, literatura, música e incluso en el arte. Por ejemplo, en la pintura o en la escultura, las matemáticas juegan un gran papel, mediante las proporciones de colores o medidas y en la música, los compases, ritmos, armonías. Porque las matemáticas van mucho más allá del temario y de los números, las matemáticas se pueden enseñar con un poema, con un virus o una bacteria, con el David de Miguel Ángel, con el Kandinsky o con un origami.

Experimenté otras formas de hacer matemática, que hacen del proceso de enseñanza aprendizaje un momento agradable, participativo y colaborativo. El hecho de incluir el juego, los retos y acertijos, derivados de conceptos matemáticos, renuevan la pedagogía y mis prácticas educativas. A partir de ello, los objetivos están acordes a los contenidos que se comparten, con una metodología amena, innovadora, que deja atrás la idea de que las matemáticas son aburridas.

El juego tiene reglas, que poseen riquezas teóricas, estimula el análisis del desarrollo matemático, constituye una fuente de aprendizaje extraordinaria y es instrumento de aplicación para futuros problemas, permitiendo que los niños exploren, experimenten, observen, formulen preguntas, organicen estructuras mentales y estimulen potencialidades intelectuales y sensitivas.

Por ello quiero compartir con ustedes que no es suficiente aprender matemáticas. Hay que entenderlas, razonarlas y disfrutarlas, hacer de ellas un ¡JOLGORIO!

"La imaginación es más importante que el conocimiento, porque el conocimiento es limitado, mientras que la imaginación abarca el mundo entero".

Albert Einstein

Alumnos disfrutando de los juegos de FUNDAPROMAT

Jolgorios Matemáticos

Eventos virtuales interactivos para toda la familia, en los cuales los participantes se separan en grupos dependiendo si son niños o adultos y exploran una divertida actividad de matemáticas en un ambiente de colaboración y mucha diversión.

Explora las actividades que hemos realizado en nuestros Jolgorios Matemáticos en el siguiente enlace: https://tinyurl.com/actividades-jolgorios.

Recuerda hacer tu propia copia de la actividad para poder explorarla.

Familia de papiro-prismas

Escrito por: Eulàlia Tramuns, España

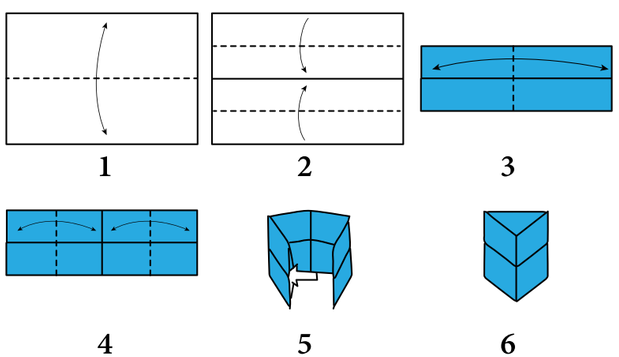
¿Quizás hayan visto alguna vez un prisma de luz, esos objetos tridimensionales habitualmente de cristal que permiten refractar, reflejar y descomponer la luz en los colores del arcoíris? ¿Qué tendrá que ver esto con las matemáticas? ¿Podemos construir prismas de este tipo en papel sin usar pegamento, sólo doblando?

Una primera relación que tienen estos objetos con la matemática es que acostumbran a tener la forma de un prisma, entendiendo este término como un concepto de geometría. En efecto, en matemáticas un prisma es una figura tridimensional formada por dos caras poligonales iguales situadas en planos paralelos nombrados bases y cuyas caras laterales que los conectan son paralelogramos. Si las bases son polígonos regulares se denominan prismas regulares y si las caras laterales son rectángulos se denominan prismas rectos.

Veamos en un primer tiempo una estrategia para construir un prisma triangular recto y regular, en papel. Pueden usar un papel rectangular cualquiera, o incluso un papel cuadrado.

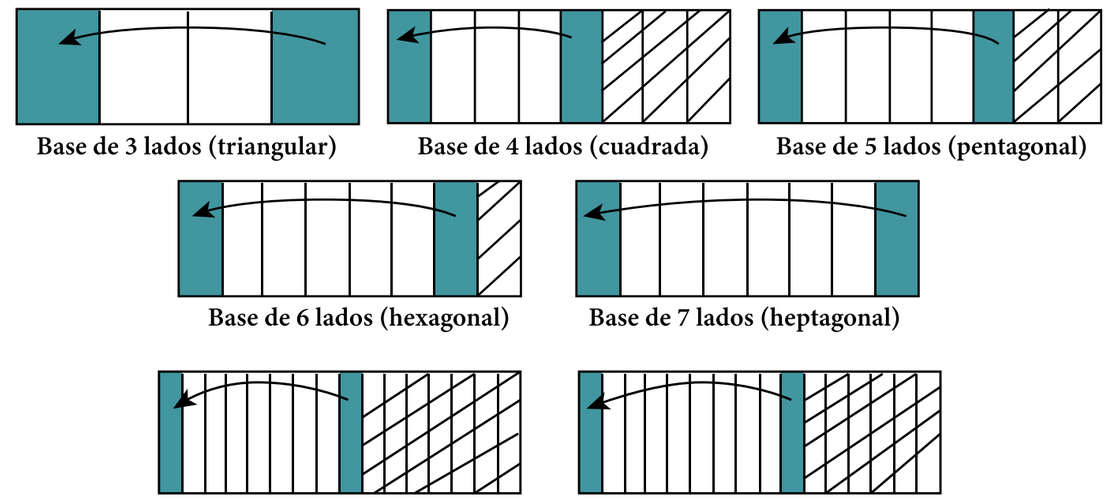
Habrá que prestar atención porque cuanto más grueso sea el papel, la estructura será más rígida y más estable. Si es muy fino, es posible que se deforme y que los lados de las bases se curven.

Podemos generalizar la construcción anterior a prismas regulares con mayor número de caras siguiendo la estrategia siguiente: los cuatro primeros pasos son los mismos. Luego iremos doblando en dos el papel en la misma dirección que en el paso 4, obteniendo una partición en rectángulos que representarán las caras laterales. Lo haremos hasta superar el número de lados del polígono de la base que queremos. Una vez que el número de rectángulos supere este número de lados, cortamos los rectángulos que sobrepasan este número excepto uno, que es el que permitirá cerrar la figura, introduciendo el rectángulo final en la primera solapa.



Es decir, si queremos un cuadrado, doblaremos hasta conseguir ocho rectángulos, cortaremos tres de ellos, nos quedamos con cinco rectángulos, y el quinto ayudará a cerrar la figura.

Las imágenes siguientes muestran este proceso desde 3 lados hasta un prisma de 9 lados.



A nivel teórico estamos presentando un método que funcionaría siempre. A nivel práctico, el papel no se puede doblar tantas veces como queramos. Es posible doblar, en cuartos, octavos, dieciseisavos, y tal vez llegamos al treintaidosavo doblez. De esta manera podríamos obtener prismas regulares de máximo 31 lados.

En matemáticas es un fenómeno que puede suceder. La parte teórica demuestra la existencia de un algoritmo que funciona para cualquier número de lados, pero llevarlo a la práctica no siempre es posible.

Ya para finalizar y tras experimentar, es cierto que un prisma hecho de papel vegetal no podrá reproducir los fenómenos ópticos de un prisma de luz, puesto que no hay un cambio continuo de medio y además este tipo de papel tamiza la luz. Lo que sí os animo, siempre con precaución y mirando las temperaturas de las bombillas y la resistencia al calor del tipo de papel que uséis, es a hacer lámparas de papel.

Familia de papiro-prismas de papel vegetal

Negocios increíbles

Día Nº	YO	USTED
1	100000	0.01
2	100000	0.02
3	100000	0.04
4	100000	0.08
5	100000	0.16
6	100000	0.32
7	100000	0.64
8	100000	1.28
9	100000	2.56
10	100000	5.12
11	100000	10.24
12	100000	20.48
13	100000	40.96
14	100000	81.92
15	100000	163.84
16	100000	327.68
17	100000	655.36
18	100000	1310.72
19	100000	2621.44
20	100000	5242.88
21	100000	10485.76
22	100000	20971.52
23	100000	41943.04
24	100000	83886.08
25	100000	167772.16
26	100000	335544.32
27	100000	671088.64
28	100000	1342177.3
29	100000	2684354.6
30	100000	5368709.1
TOTAL	3000000	10737418

Escrito por: David Ernesto Palomino, Perú

Suponga que le ofrezco este negocio:

Durante treinta días le daré diariamente $100,000.00 y usted a cambio de ello me dará: el primer día solo 1 centavo, el segundo día 2 centavos, el tercer día 4 centavos y así sucesivamente cada día el doble de lo pagado el día anterior.

¿Aceptaría el trato?

Aparentemente el trato es ventajoso para usted, pues cada día recibe una cantidad muy grande, versus lo poco que paga por día. Sin embargo, un análisis más profundo nos hará repensar la decisión.

Si uno coloca los datos en un EXCEL, observará que en total usted puede recibir 30 (100 000) = 3 millones de dólares, y si vemos los pagos que usted hace, sabrá que para el día 20 paga $ 5,242.88, que ya es algo, y que para el día 27, pagará $ 671,088.64 que ya es bastante, y haciendo la suma hasta el día 30 de lo que tiene que pagar se obtiene: 10,737,418.20 dólares, es decir casi ocho millones más de lo que usted recibiría.

Este ejemplo ilustra la diferencia entre un proceso lineal y un proceso geométrico. El monto que usted recibe crece de manera lineal, ya que el incremento diario es constante, mientras que el pago que usted hace cada día varía al doble del día anterior. Es una verdad matemática que el crecimiento geométrico es mucho mayor que el crecimiento lineal, pero a veces puede ser engañoso.

Es importante conocer la diferencia entre estos dos tipos de crecimiento, porque estos son utilizados por personas inescrupulosas para crear situaciones en apariencia ventajosas, pero que por su naturaleza son simplemente estafas.

Los esquemas Ponzi o los esquemas piramidales han aparecido, y aparecen aún hoy en varios países, haciendo perder los ahorros de personas ingenuas que creen que pueden ganar dinero fácilmente. En el Perú hemos tenido una historia de estafas CLAE que fue un ejemplo de esquema Ponzi, mientras la Cadena de cheques fue un esquema piramidal. Hace unos años fueron los Hongos de Labomax y hoy la venta de Apps financieras.

Estos esquemas siempre se basan en incluir cada vez más personas al sistema de forma geométrica. Uno invierte poco, porque los que ingresan terminan pagando a los que ya se encuentran en el sistema. Aquí presentamos un ejemplo para trabajarlo en el aula con los estudiantes.

Una tablet por solo $ 120

Ahora con nuestro plan, puedes adquirir una tablet INNOVO por tan solo $ 120 (pago único)

Aprovecha esta ocasión - Precio real de la tablet $ 600

Ahorra $ 480. Pide nuestro prospecto con las condiciones de compra en tabletasparatodos@gmal.com

El prospecto decía lo siguiente: Por el momento con $120 no recibirá la tablet, sino cuatro bonos que tiene que distribuir a cuatro conocidos suyos a $120 cada bono. Los $480 debe remitirlos a la compañía, y entonces obtendrá su tablet.

Un interesado solo pagará $120, el saldo será pagado por las cuatro personas que compren bonos, pero ¿qué beneficio alcanza quien compra un bono? Obtiene la posibilidad de que la compañía los canjeará con cinco bonos iguales, es decir adquiere la posibilidad de obtener $600, vendiendo estos bonos. Luego de hacerlo, obtenía su tablet, la cual sólo le costaba los $120 que dio al inicio. Los nuevos tenedores de bonos obtenían de la empresa cinco bonos cada uno para difundirlos y así sucesivamente.

Está claro que este esquema rápidamente agotará a los posibles interesados y el sistema colapsará, con la única ganancia de los que están en los primeros pisos de la pirámide. ¡Una estafa total!

¿Todos practicamos el razonamiento inductivo?

Escrito por: Andrea Arlette España, México

Imaginemos la siguiente situación: un día caminamos sobre una vereda peatonal tranquilamente, observando el paisaje, los pájaros volando, los árboles, las flores y la gente que transita a un costado de nosotros caminando en sentido opuesto.

Los minutos pasan cuando de pronto nos topamos con una persona que lleva puesta una camisa de color naranja. Esa persona continúa su recorrido. Poco tiempo después nos cruzamos con otra persona que también lleva puesta una camisa naranja. Pensamos que tal vez sea una coincidencia, pero seguimos caminando y enseguida vemos una persona igualmente vestida. Luego experimentamos esta misma situación una y otra vez.

Entonces, hacemos una pausa al paseo a causa de que, en este momento, nuestro cerebro empieza a elaborar detalladas conclusiones: "seguro hay algún evento deportivo, alguna manifestación o podría ser que las camisas naranjas estuvieran en oferta en una tienda del centro comercial. Seguramente esas personas coinciden en la vestimenta debido a un evento especial".

Pensamos de esta forma puesto que sabemos que no solamente existen camisas de color naranja en el mundo. Por ejemplo, en nuestro guardarropa tenemos docenas de camisas de distintos colores, tenemos un amigo que siempre viste de un color particular o tal vez, porque ese día llevábamos puesta una camisa de color azul.

Supongamos ahora que el argumento anterior es falso, es decir, no tengo camisas de otro color, todas mis camisas son de color naranja, mis amigos siempre visten de este color, y hoy mismo llevamos puesta una camisa naranja. Aún más, a lo largo de mi vida he visto y poseído solamente camisas naranjas.

En este punto y bajo estas circunstancias, sería natural pensar que "todas las camisas que existen son de color naranja". Si lo pensamos detenidamente, esta oración la habríamos afirmado a consecuencia de haber visto solamente algunas de las camisas que existen, las cuales pudieron haber sido una cantidad increíblemente grande, pero definitivamente no todas.

Este tipo de razonamiento nos permite hacer suposiciones o afirmaciones acerca de alguna característica de un conjunto de elementos, a partir de haberla observado sin excepción en una muestra de cierto tamaño. La sensación que percibimos al asegurar que la propiedad observada se debe cumplir para el conjunto completo, es la base del razonamiento inductivo.

Por un lado, es posible que a algunos les parezca exagerado afirmar después de haber visto solamente a cuatro personas con camisas naranjas, que todas las camisas del mundo deben ser de ese color. Por otro lado, es probable que se piense que sea más razonable, después de haber visto cien millones de camisas naranjas, que en verdad sea el único color disponible para hacer esas vestimentas.

En realidad, da lo mismo haber visto cuatro o cien mil playeras de un color determinado, debido a que en ninguno de los dos casos aseguramos haber visto todas las playeras que existen. Tal vez, dentro de un cajón, en la esquina de una casa localizada en la profundidad de la selva, resguardada por feroces tigres, exista una camisa blanca que jamás podremos observar con nuestros propios ojos.

Bajo este panorama, podemos advertir que existen ciertas desventajas al utilizar el razonamiento inductivo a la ligera. En otras palabras, es posible llegar a conclusiones erróneas cuando generalizamos alguna característica tomando solo en cuenta que se cumple acertadamente en una simple muestra.

Por supuesto que cuanto mayor sea la cantidad de prendas naranjas que observemos a lo largo de nuestra vida, podemos aumentar la seguridad con la que afirmamos que todas las que existen sean de este color.

Con la finalidad de utilizar el razonamiento inductivo con mayor certeza, es recomendable hacer un ajuste en la manera de expresar nuestra deducción. Por ejemplo, se puede cambiar la expresión: "todas las playeras que existen son naranjas", por otra que sea más acertada, tal como: "la probabilidad de que observes una playera naranja es muy alta". Si formulamos estas oraciones utilizando la negación, podríamos cambiar: "no existen playeras de un color distinto al naranja", por la expresión: "la probabilidad de encontrar una playera que no sea de color naranja es casi nula".

Finalmente, podemos reflexionar que, de esta forma, si utilizamos el razonamiento inductivo a conciencia, nos deshacemos de la responsabilidad de que si algún día encuentran o fabrican una playera que no es naranja, no nos acusen de haber obtenido conclusiones demasiado precipitadas. Haciendo uso de esta información, ¿qué responderías al título del artículo?

¿Qué rayos vemos en el espejo?

Escrito por: Alberto Mercado Saucedo, Chile

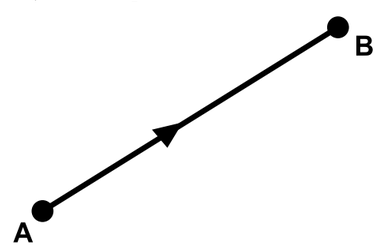
¿Sabes de qué tamaño te ves en un espejo? Quizás no has reflexionado sobre ese detalle de algo que hacemos todos los días: estás de pie frente a un espejo vertical, quizás peinándote o maquillándote, con la prisa usual de las cosas cotidianas, pensando en cualquier asunto y no en esta extraña pregunta sobre tu imagen en el espejo. Pero pregúntatelo ahora: Suponiendo que te reflejas de cuerpo entero, y que el espejo es vertical y sin ningún truco, ¿qué estatura tiene tu reflejo en el espejo?

Quizás conoces la respuesta. Si no, es probable que lo primero que aparezca como un rayo en tu mente es que ¡depende de la distancia! Puede parecer lógico: entre más lejos estés, tu imagen es más pequeña. Eso es lo que yo creía antes de pensarlo un poco, y es eso lo que suele responder cualquier persona cuando, de forma imprevista, en medio de una comida o de cualquier conversación, le hago esta pregunta.

¿Realmente es así? Si así fuera, entonces cualquier espejo, por pequeño que sea, nos podría reflejar completamente si nos alejamos lo suficiente. Pues no es así: Siempre nos vemos a una proporción fija. Para entenderlo necesitamos un poco de geometría de ángulos.

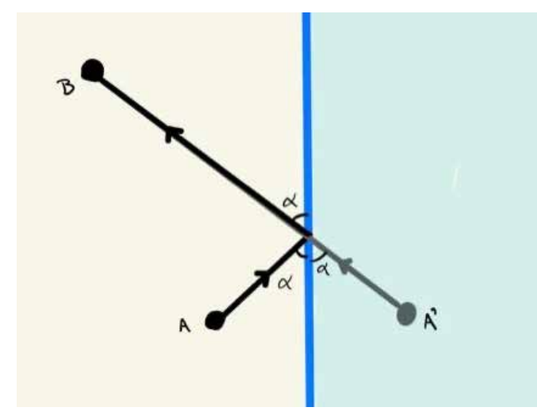
Lo que vemos se produce por la luz que impacta nuestras retinas, las que transmiten la información al cerebro. Cuando nos vemos en un espejo, percibimos la luz que emite nuestro cuerpo y que se refleja en el espejo para llegar a nuestros ojos.

Sucede que la luz viaja en línea recta, el camino más rápido que toma ir de un punto a otro. Podemos pensar que la velocidad de la luz no cambia, por lo que entonces se trata del camino más corto, lo que convierte la elección de la trayectoria en un problema geométrico. Principios similares regulan otros fenómenos físicos: la naturaleza actúa con la mínima energía posible, no gasta recursos de más. La sociedad consumista en la que vivimos actúa de manera muy distinta, pero esa es otra historia.



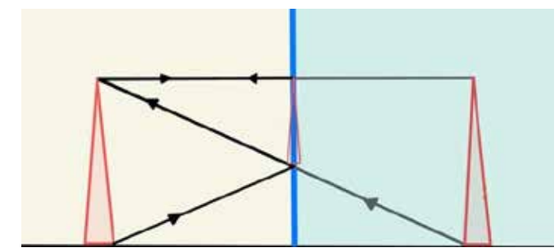
¿Cómo se refleja la luz? Un rayo de luz sale de su origen, se refleja en el espejo y llega a nuestros ojos. ¿Cómo se refleja? Un rayo tiene varias opciones para escoger dónde reflejarse, pero la opción que toma es justamente la que responde al principio de la mínima distancia. Quizás conozcas la fórmula que enseñan en la escuela: los ángulos de incidencia y de reflexión son iguales. Más que recordar una fórmula aprendida de memoria, quiero que te des cuenta de que tal propiedad se deduce de nada más que tal principio: la luz recorre el camino más corto, incluso cuando se refleja en un espejo.

Para verlo claramente, olvida por un momento que el espejo refleja la luz e imagina que ves en él una copia virtual de tu mundo. Ves a través de él, como si fuera una ventana. Lo interesante de imaginarlo así es que puedes imaginar que la luz que ves reflejada en el espejo viajó del mundo virtual hasta tus ojos. Y entonces lo debe hacer en línea recta. La recta cruza el plano del espejo y forma ángulos que dependen de la inclinación del rayo, pero cumplen con la propiedad de que ángulos opuestos por el vértice son iguales (esto es así porque ambos comparten un mismo ángulo vecino con el que suman un ángulo plano). Pues bien, al considerar que el rayo que está detrás del espejo corresponde a una copia del rayo real, obtenemos directamente la mencionada propiedad de los ángulos, como puedes ver en la siguiente figura:



¿Qué pasa cuando te ves en el espejo? Con la idea anterior, imagina que estás viendo a tu doble virtual tras el espejo. Si te acercas a él, la persona se acerca, y si te alejas, ella se aleja también. La imagen que parte de sus ojos recorre una línea horizontal hasta llegar a tus ojos después de cruzar el espejo a la mitad de su camino. Esto significa que ves tus ojos a tu misma estatura.

Ahora piensa: ¿cuál es el camino que recorre la imagen de sus pies? Los pies de tu doble virtual recorre una diagonal hasta llegar a tus ojos. ¿A qué altura del espejo lo cruza? La siguiente figura te convencerá de la respuesta (puedes ver que se forman triángulos semejantes):



¡Lo cruza por la mitad! Esto significa que ves tus pies a la mitad de tu misma estatura. Y si te alejas del espejo, ¡la respuesta es la misma! A manera de explicación intuitiva, piensa que, al alejarte, tu doble virtual también se aleja del espejo y tú ves a tu imagen más pequeña, y también ves al espejo más pequeño, pero siempre tu imagen ocupa en el espejo la mitad de tu estatura, pues éste permanece a la mitad de camino entre tú y tu doble virtual.

La primera vez que supe de este problema, aunque entendí los razonamientos geométricos, fui de inmediato a una ventana que a esa hora del día reflejaba la luz como un espejo, me alejé y acerqué varias veces para comprobar que mi imagen (¿o debía decir mi doble tras la ventana?) siempre ocupaba el mismo espacio. ¡Tú puedes comprobarlo ahora!

El nuevo truco más antiguo del libro

Escrito por: Tiago Hirth, Portugal

Luca Pacioli (Figura 1) es una de las figuras más influyentes de las matemáticas de los siglos XV y XVI. ¡Su *Summa de Arithmetica* se utilizó por más de 50 años en la enseñanza, lo que para el año 1500 es toda una hazaña! Y recientemente hemos celebrado el 500º aniversario de su redacción. Pero aquí queremos destacar los escritos de otro manuscrito que tiene un valor inmaterial para las matemáticas recreativas: el *De Viribus Quantitatis* (traducido libremente como "El poder de los números"). El manuscrito, redactado por un amanuense desconocido, se conserva actualmente en la Biblioteca Universitaria de Bolonia. El manuscrito se extiende en 614 folios formando tres libros que destacan las virtudes de las matemáticas. Cada libro se divide en una primera parte, más formal, vinculada a los contenidos del aula, y una segunda parte más lúdica. Sin más, les presento un truco del primer libro. Veamos Libro 1, capítulo 7, "Adivinar un número natural que alguien pensó".

Truco: Un participante piensa en secreto un número natural.

- Se le pide que sume al número la mitad de éste y diga si el resultado es un número natural. Si no lo es, debe redondear al siguiente número natural. (1)
- Se le pide de nuevo que sume la mitad de este nuevo número y que comparta si el resultado es un número natural, redondeando si no lo es. (2)

Figura1 SEQ Figura * ARABIC1: Imagen impresa de Luca Pacioli de la Summa, 1494, dominio público

- A continuación, debe indicar el resultado que se obtiene al dividir el número natural entre nueve. El matemático adivina inmediatamente el número original. (3)

Supongamos que el participante piensa en el número 6. Después del primer paso, tendrá en mente el número $6+\frac{6}{2}=9$. No es necesario redondear. A continuación, repite el proceso, llegando a $9+\frac{9}{2}=13.5$. Se le pide que redondee y llega a 14. Finalmente le dice al matemático que el nueve cabe una vez en su número final. El número se adivina entonces sin más información.

Matemáticas: Este efecto se basa en la siguiente igualdad:

$$\frac{\left[\left[n+\frac{n}{2}\right]+\frac{\left[n+\frac{n}{2}\right]}{2}\right]}{9}=\frac{n}{4}+r,\ \ r=\{0, n\equiv 0\,(mod\,4)\ \ 1, n\equiv 1\,(mod\,4)\ \ 2, n\equiv 2\,(mod\,4)\ 3, n\equiv 3\,(mod\,4)\}$$

Método: El mago debe tomar en cuenta en la ecuación el resto, *r*, y el producto del resultado de la división por 9. Ahora, sólo tiene que seguir las instrucciones que se indican en la descripción del truco.

Si en (1) el resultado se redondea, añadimos mentalmente 1 al resto. De la misma manera en (2) añadimos 2, si redondeamos. De esta manera podemos tener cuatro posibles restos dependiendo de cuánto es el resto de la división entera por 4.

Basta entonces multiplicar el resultado, compartido en (3) por cuatro y añadir lo que tengamos pensado para el resto *r*.

En nuestro ejemplo, el mago sabe que no había que redondear la primera vez (no hay que hacer nada), pero sí en la segunda (el mago debe haber sumado 2 al resto). Finalmente, sabe que el nueve cabe una vez, lo que significa que necesita multiplicar cuatro sólo por 1, y sumar el resto, que en este caso es 2 y vuelve al número que pensó: 4(1)+2=6.

En otro ejemplo, si el mago se hubiera enterado de que el primero (+1) y el segundo (+2) se redondean y que el 9 encaja 116 veces en el resultado final, habría sabido que el número inicialmente pensado era el 467: 4(116)+1+2=467.

Es importante tomar en cuenta que la puesta en escena es el alma del truco. Debemos mantener en secreto, como si no importara, que estamos muy atentos a si ha redondeado o no. Dejamos la práctica y el entrenamiento a ustedes que han aprendido este secreto centenario.

Encuentros Virtuales con Matemáticos Sobresalientes

Mujeres matemáticas comparten anécdotas de su vida personal y de su trayectoria profesional y luego presentan sobre algún tema fascinante de las matemáticas, con el fin de inspirar a las niñas y a las jóvenes al ver ejemplos de la vida real de mujeres matemáticas que son exitosas en su carrera.

La Función debe continuar

Escrito por: Valeria Carina Capizzano, Argentina

¿Cuántas veces escuchamos la frase "La Función debe continuar", o cuántas veces la hemos dicho? Es que, en la vida cotidiana, generalmente separamos lo racional de lo espontáneo. Y no es tan así.

Matemáticamente, hay funciones que nunca terminan porque el conjunto de números que configuran su dominio, es infinito también. Esto significa que para cada valor propuesto, encontraremos una correspondencia. Como en la vida misma: a cada acción que uno realiza, le corresponde una reacción de otra persona, de un suceso, etc.

Cuando uno no realiza nada, a veces, espera naturalmente recibir algo que, como finalmente nunca llega, adjudica su mala suerte a: el prójimo inmediato, la sociedad en su conjunto, un ser superior que olvidó su presencia en la tierra, etc.

Así, nos encargamos de buscar responsables a nuestra desdicha. Pero, en realidad, ¿sobre qué descansa la gratificación que creemos merecer o a qué corresponde?

Es decir, nunca veremos reflejada una imagen en un espejo si el objeto en sí mismo no está ubicado frente a ese espejo. Pero pareciera que todos, en algún momento, nos olvidamos de colocar el "objeto" frente al espejo y permanentemente aguardamos que la imagen aparezca reflejada en él.

Si hacemos un poco de memoria, ¿a quién no le pasó alguna vez pretender encender el televisor sin que esté enchufado? Y si no es el televisor, cualquier otro artefacto que requiera de una fuente eléctrica o de baterías.

Considerando esta reflexión, estamos preparados para insistir en el concepto de función que tantas veces escuchamos sobre su incomprensión: Una función implica una correspondencia entre algún elemento clasificado de alguna manera o con algún criterio que pueda verse "reflejado" o asociado a otro elemento que admita otra clasificación.

Volvamos a lo cotidiano, veámoslo a través de una situación concreta; por ejemplo, por un lado, encontramos un conjunto de personas. A cada una de ellas se le ofrece una bebida. Y por otro lado, consideramos las distintas reacciones que podremos encontrar según los gustos de cada una de ellas. Ahí viene la asociación producto de la reacción que esta bebida le causa a cada una. Habrá a quienes les produzca una sensación de frescura, a otras les parecerá muy dulce, a otras les causará rechazo, y así podríamos seguir clasificando.

Una vez más, estamos en condiciones de afirmar que la función continúa en su afán por demostrar que existen situaciones para las cuales la correspondencia encontrada conduce a los integrantes de la misma, a la conformación de parejas en las que el vínculo las define, asocia, reúne, formando una nueva unidad: ¡como en la vida misma!... ¿Y acá puede haber divorcio?

Definitivamente, ¡no! El divorcio de estas flamantes parejas negaría la existencia de alguna correspondencia. Y, si no existe comunicación, no hay vínculo. Y, si no hay vínculo, ¡no funciona! Es decir, volviendo al ejemplo anterior, al probar una bebida, alguna reacción produjo la misma a la persona que la probó.

Finalmente, logramos reconocer, cómo un concepto tan abstracto, como se supone que es el de función, lo podemos reducir a algo tan simple que comenzamos a encontrarlo a cada paso en la vida cotidiana. Muchas veces al día, probablemente, nos expresemos haciendo referencia a si algo funciona o no funciona.

Y cuántas veces, somos nosotros mismos los que en silencio comenzamos a evaluar lo que interiormente ocupa gran parte de nuestro espacio mental y/o sentimental según creemos que "funciona", no "funciona" o quizás, pueda "funcionar". En cada uno de estos casos, estamos evaluando esta correspondencia que, según la importancia que tenga en ocasiones, resulta vital para nuestro existir.

En este mundo, hoy por hoy, tan materialista, nos hemos transformado en unidades funcionales de las que solo se espera un resultado exitoso y valioso en términos monetarios o de prestigio. Sin embargo, nuestra "función" como seres humanos desde nuestra veta más sensible y profunda, es la de sembrar semillas de fe, esperanza, coraje y valor, para que cuando crezcan produzcan el "correspondiente" fruto de la constancia, alegría, esfuerzo y fortaleza que transforman a la humanidad en una continua fuente generadora de corazones vivos que funcionan con el agua que nutre y refresca las raíces del amor; sólo así, la función puede continuar.

Una *función* puede ser mucho más que una fórmula,
en ocasiones es casi como una misión.
Será cuestión de encontrar en nuestro *dominio* la brújula;
que despierte una *imagen* para su consecución.

Como la función que vincula y relaciona,
así debe ser nuestra humanidad escondida.
A nadie debe olvidar en la indiferencia que traiciona,
permitiendo que un alma quede herida.

Una función continua, siempre tiene movimiento.
Creciente o decreciente en su trayectoria,
punto a punto encuentra su sustento;
y en su recorrido se alza su victoria.

¿Cuál es la función que palpita en tu corazón?
¿Ese llamado que busca a través de un acto, una transformación?
¿Esa imagen que sueñas, aunque no sabes cómo se originó?

Es tiempo de buscar en lo profundo,
de redefinir el dominio de nuestra acción.
De poner en valor algo rotundo,
para darle continuidad a tan amable función.

Vivir es la función más fecunda,
plasma imágenes de infinito amor.
Alcanza máximos a los que refunda,
y a los mínimos, los aleja del temor.

Es cuestión de decidirse...
Esta relación debe funcionar.
El Amor, necesita redefinirse...
¡La función debe continuar!

El ABC de las matemáticas, una reflexión consciente

Escrito por: Jesús Eduardo Villamizar, Venezuela

"La matemática es la reina de las ciencias y la aritmética es la reina de las matemáticas. Ella a menudo se digna a prestar un servicio a la astronomía y otras ciencias naturales, pero en todas las relaciones, tiene derecho a la primera fila" .

Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855)

No por nada el gran matemático alemán Carl Friedrich Gauss evocó tan importante pensamiento de esta ciencia. Al respecto cabe preguntar, ¿qué es la aritmética? Según el Diccionario de la Real Academia Española (RAE) (2019) "*parte de la matemática que estudia los números y las operaciones hechas con ellos*". En otras palabras y sin caer en simplismo, esta definición de la aritmética sería: las reglas con la cual "*hablamos*" y "*escribimos*" las matemáticas. En este orden de ideas vale la comparación, por supuesto, salvando las distancias entre el alfabeto o abecedario y la aritmética, el primero (alfabeto) es el fundamento del habla con el cual a muy temprana edad se enseña a manipular cada dígrafo, agrupar consonantes con vocales para formar sílabas, y pronunciar de forma correcta para finalmente crear palabras, párrafos y escritos como éste, donde se plasman las ideas sobre cualquier tema de interés.

Ahora bien, la aritmética realiza la misma función en las matemáticas y sus ramas, en la cual se presta servicio al estudiar las magnitudes y las cantidades a través de la comparación, variación, igualdad o desigualdad. Es por esto y mucho más, que no se pone en duda la importancia y el papel que juega esta rama en la vida de las matemáticas y su incidencia en el quehacer humano, y el desarrollo de la sociedad y las ciencias en la actualidad. En función de lo descrito anteriormente, surge otra incógnita, ¿qué se enseña sobre aritmética? Desde la definición propuesta por la RAE sobre esta, se destacan dos elementos fundamentales: "*los números*" y "*las operaciones*".

Los *números* se estudian desde los primeros años de vida de nuestra existencia, desde la perspectiva de su nombre (habla) y su forma (escritura) para luego avanzar en guarismo en forma de sucesión creciente o decreciente, que en los mejores casos llegan hasta la decena (primeros diez números naturales) sin incluir el cero como primer número dentro de esta serie inicial; luego al consolidar este conocimiento se presenta el sistema de numeración decimal escrita y el principio fundamental del valor de una cifra: *absoluto* por su forma o figura y *relativo* por el lugar que ocupa dentro de las cantidades de este sistema de numeración. Por otra parte, las *operaciones* forman la cultura de utilidad de los guarismos aprendidos en un primer momento agrupando cantidades (suma) para luego aprender la operación inversa (resta) y finalmente se enseñan de forma rutinaria y repetitiva las tablas de multiplicar para presentar las propiedades de la multiplicación y su inversa, la división, todo esto, en la educación primaria obligatoria.

En este punto es propicio preguntarse, ¿se enseña de forma útil y correcta la aritmética? La respuesta es un rotundo y simple *NO* y acá simplemente hago uso del principio jurídico "*a confesión de parte, relevo de pruebas*" para liberar la comprobación o ejemplificación de esta verdad tan palpable y común que invade nuestra aulas de clases en todos los niveles del sistema educativo y en especial del caso venezolano. Con esto no pretendo ser juez ni menos erudito en señalar una solución. Se busca reflexionar sobre la importancia de la enseñanza de la aritmética dentro de las matemáticas y cómo se está creando estudiantes, profesionales y público en general con un *analfabetismo funcional* que basan sus conceptos intuitivos sobre matemática en principios no fundados bajo los preceptos, definiciones, conceptos, propiedades, postulados, teoremas, lemas, corolarios, recíprocos, escolio y problemas propios de esta rama.

Volvemos al nudo del asunto en debate. Según el Diccionario de la Real Academia Española (RAE) (2019) aprender es "*adquirir el conocimiento de algo por medio del estudio o la experiencia*", concepto propicio para destacar la loable labor del docente de matemática que basa su método de enseñanza, en el aprendizaje o la experiencia, transmitida por sus antecesores colegas y estos a su vez, de sus propios antecesores formando una cadena de transferencia de conocimiento y experiencias de enseñanza repetida en cada generación de docentes con sus respectivas virtudes o certezas pero también con sus dificultades y vicios. A raíz de esto se sigue creando en cada generación de profesores alfabetos funcionales que manipulan los sistemas de numeración, las operaciones y las reglas en un "concepto intuitivo" sin ser conscientes del origen, sin saber realmente su uso correcto o cuál regla o axioma de la aritmética se manipula.

A esta situación se suma una especie de experimento presente en todos los niveles de educación y en la gran mayoría de instituciones de educación (desde la inicial hasta la superior) al colocar profesionales no graduados en la docencia encargados de áreas de la matemática que en el mejor de los casos fundamentan sus prácticas educativas en la experiencia adquiridas dentro del aula (volviendo a repetirse la cadena de enseñanza descrita anteriormente) como si todos los seres humanos tuvieran al nacer un don innato de "educar" o simplemente vieran a la educación como una ciencia naciente sin postulados, principios o fundamentos que la sostengan y rijan dentro de la sociedad del conocimiento.

A nivel de las instituciones de educación superior encargadas de formar los futuros docentes de educación matemática, la distribución de áreas en los programas de formación docente, acarrea una especie de parcelación de algunas ramas como: el cálculo, el álgebra, la probabilidad y estadística y en menor medida la trigonometría; supeditando la aritmética a la asignatura llamada "matemática" como especie de curso de varios temas para ser repasados, rompiendo el principio de las ramas que forman las "matemáticas" que coexisten como un sistema de auto dependencia entre sí, pero con normas y reglas propias que las separan y las caracterizan. Podría dilucidarse una causa de esta situación a la sobreestimación del conocimiento adquirido por el estudiante en los niveles previos educativos, cayendo en el craso error citado en la apología de Sócrates a Platón, "*este hombre, por una parte, cree que sabe algo, mientras que no sabe (nada). Por otra parte, yo, que igualmente no sé (nada), tampoco creo (saber algo),*" Sócrates (470 – 399 AC).

Para concluir no pretendo ser juez ni abogado de la aritmética pero si hago un llamado a la reflexión a la comunidad de educadores en matemática y las universidades a sustentar sus prácticas educativas en la premisa del gran educador venezolano de todos los tiempos, Luis Beltrán Prieto Figueroa (1902-1993), "*educar es, por encima de todo, formar una conciencia, crear un espíritu, señalar un rumbo y a veces el que señala el rumbo, no ha recorrido el camino pero sabe por dónde va*".

Referencias bibliográficas

Real Academia Española. (2001). Aritmética. En Diccionario de la lengua española (23.a ed.). Recuperado de https://dle.rae.es/?w=aritmetica.

La Radio como recurso educativo en el aula de matemáticas

Escrito por: María Soledad Salomón, España

1. Introducción

El aprendizaje de las matemáticas, en su contribución a la formación integral del alumnado, otorga gran importancia al uso de herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que no solo desarrollan la competencia digital del alumno, sino que también favorecen el razonamiento y una comprensión más profunda del conocimiento (Armstrong y Massad, 2009).

Un tipo de herramienta tecnológica puede ser la radio escolar que constituye un recurso educativo de enorme versatilidad y potencialidad, especialmente útil a la hora de llevar a cabo proyectos interdisciplinares, difundir experiencias de enseñanza o mostrar una dimensión social de las matemáticas, entre otros. Cuando la radio entra en el aula de matemáticas aumenta la motivación del alumno y se implementan metodologías activas e innovadoras con las que los contenidos curriculares trascienden el libro de texto a través de un micrófono.

2. El Proyecto RadioEdu

La Consejería de Educación de la Junta de Extremadura (España) cuenta con un Plan de Educación y Competencia Digital, el plan INNOVATED, integrado por diferentes programas que pretenden implantar procesos de innovación asociados al uso de las nuevas tecnologías y a la incorporación de metodologías activas en el proceso de enseñanza. Uno de esos programas es el proyecto RadioEdu, cuyo objetivo es promover el uso de la radio en centros escolares con fines educativos. Los programas radiofónicos solo se retransmiten en directo en ocasiones puntuales, ya que en su lugar se graban podcast que simulan un programa de radio y que se publican en un portal de Wordpress que constituye la "emisora" de cada centro. Una de las ventajas de RadioEdu es que no requiere de una infraestructura técnica compleja; basta con una grabadora y un ordenador. En este sentido, durante el presente curso escolar por primera vez se está apostando por el montaje de estudios de radio de bajo costo con una mesa de mezclas virtual para emitir en directo y realizar así verdaderos programas de radio. Actualmente forman parte de RadioEdu alrededor de 266 centros de todos los niveles.

3. Experimentación en el Aula. Un Ejemplo Concreto

Diversas y variadas. El docente debe actuar como coordinador durante todo el proceso. Su implicación en la búsqueda de información y en la producción de los podcast disminuirá a medida que se trabaje en etapas superiores. Siempre que sea posible, es deseable que el alumno lleve a cabo un proceso de documentación e investigación previo a la grabación del podcast, y que sea el encargado de hacerlo utilizando una grabadora o su propio móvil. Hecho esto, los audios se editan y se montan empleando un programa de edición de audio, labor que puede recaer en el docente. Por tanto, se convierte en un trabajo colaborativo, primero entre alumnos y, posteriormente, entre profesor y alumnos.

Por ejemplo, un grupo de 18 alumnos de 1º de Educación Secundaria Obligatoria (11-12 años), en grupos de 4 o 5 alumnos, recopiló, en una primera sesión, información sobre curiosidades y contextualización de los números naturales, de la que escogieron las aplicaciones más interesantes. En la segunda sesión, tras un periodo de puesta en común en el que los portavoces de los grupos expusieron los aspectos seleccionados, cada grupo redactó el guión para grabar el podcast y nombró a un miembro encargado de hacerlo. Dicha grabación se realizó en la tercera y última sesión. Todos los podcast se unieron en uno solo, de aproximadamente cinco minutos de duración, que constituyó el primer programa de radio. Esto se repitió en otras ocasiones con contenidos como potencias, raíces cuadradas, múltiplos y divisores, e instrumentos de medida, entre otros. Los roles fueron asignándose de manera cambiante en cada caso, de forma tal que cada alumno puso voz al podcast de su grupo al menos en una ocasión. Con cada programa de radio se consiguió motivar a los estudiantes y mostrar la vinculación entre los aprendizajes del aula y contextos reales.

4. Conclusiones

- Utilizar la radio como recurso educativo en el aula de matemáticas mejora la competencia digital y la comprensión del alumno.
- Al emplear la radio se apuesta por metodologías activas basadas en el trabajo colaborativo que hacen posible un aprendizaje entre iguales.
- El alumno tiene voz propia, lo que favorece su motivación e implicación en los procesos de aprendizaje; y la labor de documentación y selección de información fomenta su autonomía y sentido crítico.
- Grabar los podcast, difundirlos y que sus compañeros, amigos y familiares los escuchen les llena de orgullo y les muestra una conexión entre su aula de clase y su vida cotidiana.
- La radio representa, por tanto, una potente herramienta para divulgar las matemáticas a todos los niveles y para mostrar su presencia en su entorno cercano.

La experiencia anterior podría extrapolarse a otros niveles educativos e investigar acerca de los procesos matemáticos que intervienen en un determinado fenómeno cotidiano. En definitiva, las posibilidades para emplear la radio en el aula de matemáticas son infinitas y dependerán de los objetivos que marque el docente.

Cabe destacar que, aunque en este caso particular la experiencia mostrada se enmarca en el Proyecto RadioEdu, cualquier docente, en cualquier contexto, nivel y materia, puede integrar la radio en su aula. En todo caso, el éxito está asegurado puesto que "Una imagen vale más que mil palabras, pero la palabra de un niño vale más que mil imágenes".

5. Referencias Bibliográficas

Armstrong, G., Tucker, J.M. and Massad, V. (2009). Interviewing the experts: student produced podcast. Journal of Information Technology Education: Innovations in Practice, 8, 79-90. https://doi.org/10.28945/174.

Un Truco Binario con Emoji

Escrito por: Ricardo Teixeira, Estados Unidos

¿Puedo adivinar cuál es tu emoji favorito? Comenzamos con quince emojis diferentes. Tú eliges tu emoji favorito pero no me lo digas. Voy a hacerte solo 4 preguntas y luego adivinaré con éxito tu emoji favorito. Este es un truco matemático basado en números binarios, sistema que da soporte al uso de las computadoras. ¿Pero qué son?

Primero, entendamos nuestro sistema numérico decimal.

Sistema decimal

Los orígenes de los sistemas numéricos comenzaron cuando la humanidad quería contar objetos (o animales). Para cada objeto, una persona agregaría una pequeña piedra, como las que se usan en el ábaco, a una pila. De hecho, la palabra latina para guijarro es cálculo, ya que calcular era la base para el cálculo diferencial e integral. Si hubiera cinco objetos para contar, entonces solo se necesitarían cinco guijarros. Pero, ¿y si hubiera un par de decenas o incluso cientos de objetos para contar?

Su solución fue, una vez que un grupo de, digamos, 10 guijarros llenó una pila, entonces se necesitaría otra pila (para fines de organización, digamos que la nueva pila está a la izquierda de la original). Por cada grupo de diez en la pila original, se agregaría un guijarro al segundo montón, y se limpiarían todos los guijarros del original. Por lo tanto, si hay 2 guijarros en la pila de la izquierda y 3 en la original, esto representaría que se crearon 2 grupos de 10 y el tercer grupo tenía solo 3, se contaron un total de veintitrés objetos. De manera similar, una vez que la segunda pila alcanza diez guijarros, entonces se agregaría un guijarro a una tercera pila (a la izquierda de la segunda pila) y se limpiarían todas las piedras de la segunda pila. Una regla similar guiaría la creación de pilas de cuatro, cinco, etc. Esta idea es exactamente la idea de contar en base decimal. Pensando en el proceso pero poniendo un umbral diferente para el tamaño de cada pila, estaríamos creando otros sistemas.

Nuestro sistema numérico es "posicional". Eso significa que cada posición dentro de un número representa una cantidad diferente. Por ejemplo, el número 234 representa dos 100, más tres 10 y más cuatro unos. En el caso de los números enteros, el número de dígitos puede dar una buena descripción de la cantidad. Por ejemplo, un número de 3 dígitos representa una cantidad entre 100 y 999. Pero esa no solía ser la regla. En la antigua Roma, por ejemplo, los números no tenían las características "posicionales" que se pueden ver hoy. El tamaño de una representación de un número entero no proporcionó mucha información sobre el tamaño de la cantidad en sí. El número XXIII es más pequeño que el número C, por ejemplo.

Sistema binario

Podríamos pensar en un sistema numérico que contenga solo dos símbolos: 0 y 1. Este sistema se conoce como sistema binario, y fue inventado por el co-inventor del cálculo, Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), cuando publicó su obra en el artículo de 1701 *Essay d'une nouvelle science des nombres*, en la Academia de París. Hoy en día, este sistema tiene aplicaciones en codificación digital, ya que un sistema informático solo puede tener dos estados: OFF (cero) u ON (uno).

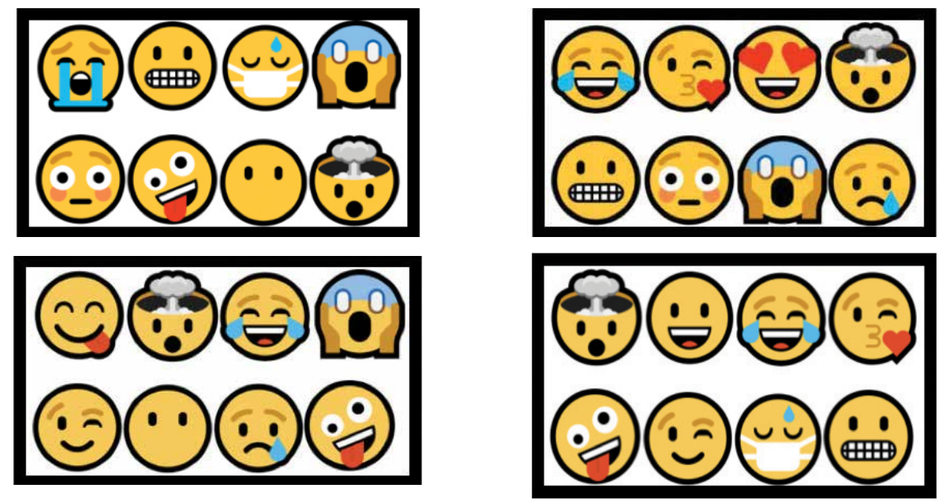
También es un sistema posicional donde cada posición representa una potencia de 2 (a diferencia de una potencia de diez en el sistema decimal). De derecha a izquierda, las posiciones representan 1, 2, 4, 8, 16,… Por ejemplo:

$(100101)_2 = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2 + 0\times2^3 + 0\times2^4 + 1\times2^5 = 1 + 4 + 32 = 37$

Entonces, con un máximo de cuatro dígitos, podríamos crear cualquier número de cero a quince.

El truco

Elige un emoji favorito de la lista con quince emojis. Luego te mostraré cuatro cartas con emojis. Solo respondes si puedes ver tu emoji favorito o no. Las cartas son:

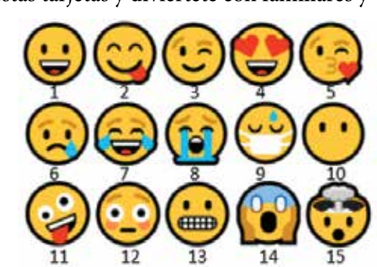


Presta atención a la posición del emoji con la cabeza explosiva. Es 8, 4, 2 y 1, respectivamente. Por cada vez que sepa que tu emoji está en la tarjeta, agregaré la posición correspondiente. Una vez que respondió sí o no para todas las tarjetas, sumo las posiciones en las que dijo que sí. El resultado indicará la posición de su emoji elegido en la tarjeta original.

Por ejemplo, si responde "sí, sí, no, sí", 8 + 4 + 1 = 13. Por lo tanto, su emoji será el que sonríe mostrando ambas filas de dientes.

La explicación es simplemente escribir los números decimales en su representación binaria. En este ejemplo, $13 = (1101)_2$.

¡Ahora usa estas tarjetas y diviértete con familiares y amigos!



¿Y cuánto es tres elevado a la menos uno?

Autora: Marleny Vargas, Panamá

Jacinta y Euclides estaban en una discusión sobre algunos de los valores de las potencias, pues su maestra les había indicado que el siguiente lunes entrarían en este tema y como ellos eran alumnos que amaban las matemáticas aplicaban el método de clase invertida, estudiaban en casa el tema y cuando llegaban a la clase presentaban las dudas a su maestra para que ella les aclarara.

Jacinta y Euclides trataron de llenar el reto que había en su libro de texto:

Potencia	3^{-1}	3^{0}	3^{1}	3^{2}	3^{3}
Secuencia					
Resultado					

Ellos rápidamente pudieron llenar la secuencia a partir de tres elevado a la uno quedando el cuadro de la siguiente manera:

Potencia	3^{-1}	3^{0}	3^{1}	3^{2}	3^{3}
Secuencia			3	3X3	3X3X3
Resultado			3	9	27

Pero se les complicó completar la casilla de tres elevado a la cero y la de tres elevado a la menos uno. Sin embargo, Jacinta quien es muy observadora le dice a Euclides: La secuencia que estamos viendo es que el tres se multiplica por el valor anterior.

No comprendo lo que me dices, replica Euclides.

Entonces Jacinta decidió mostrarle con un diagrama como el siguiente:

3^{-1}	3^{0}	3^{1}	3^{2}	3^{3}
		3	9	27

X3 X3

Sabemos que tres elevado a la uno es tres, así que para obtener tres al cuadrado, multiplicamos el resultado anterior (que es tres) por tres y obtenemos nueve y para obtener tres al cubo, multiplicamos nueve por tres y obtenemos veintisiete. Ahora sí, estoy de acuerdo contigo, menciona Euclides. Sin embargo, todavía no sé cuánto es tres a la cero y mucho menos tres a la menos uno.

Si seguimos usando el mismo razonamiento, continúa Jacinta, podemos pensar cuánto nos dará. Pregúntate: ¿qué número multiplicado por tres es igual a tres?

$\boxed{?}$ X 3 = 3

Euclides responde, en ese caso el número que va en el cuadrito es 1 porque:

$\boxed{1}$ X 3 = 3

Ahora podemos seguir completando la tabla. Nos quedará así:

3^{-1}	3^{0}	3^{1}	3^{2}	3^{3}
	1	3	9	27

X3 X3 X3

¡Ya casi terminamos! Solo nos falta encontrar 3^{-1}. Podemos usar el mismo razonamiento, si nos preguntamos qué número debo multiplicar por tres para que el resultado sea uno, ¿cuál sería tu respuesta? $\boxed{?}$ X 3 = 1

FUNDAPROMAT

Apoya a la Fundación
convirtiéndote en voluntario
o a través de una donación
a nombre de FUNDAPROMAT
a la cuenta corriente
03-72-01-131498-0
del Banco General.

Para más información,
visita el enlace
https://www.fundapromat.org/donaciones

www.fundapromat.org • info@fundapromat.org